

Numerical Cognition in Uruguay: from clinics and laboratories to the classroom (Cognición numérica en Uruguay: de la clínica y los laboratorios al aula)

Victor Koleszar , Dinorah de León , Nadir Díaz-Simón , Dahiana Fitipalde , Ignacio Cervieri & Alejandro Maiche

To cite this article: Victor Koleszar , Dinorah de León , Nadir Díaz-Simón , Dahiana Fitipalde , Ignacio Cervieri & Alejandro Maiche (2020): Numerical Cognition in Uruguay: from clinics and laboratories to the classroom (Cognición numérica en Uruguay: de la clínica y los laboratorios al aula), Studies in Psychology, DOI: [10.1080/02109395.2020.1749000](https://doi.org/10.1080/02109395.2020.1749000)

To link to this article: <https://doi.org/10.1080/02109395.2020.1749000>



Published online: 03 Jul 2020.



Submit your article to this journal [↗](#)



Article views: 2





View related articles [↗](#)



View Crossmark data [↗](#)



Numerical Cognition in Uruguay: from clinics and laboratories to the classroom (*Cognición numérica en Uruguay: de la clínica y los laboratorios al aula*)

Victor Koleszar , Dinorah de León, Nadir Díaz-Simón , Dahiana Fitipalde, Ignacio Cervieri and Alejandro Maiche

Universidad de la República

ABSTRACT

Research into numerical cognition has yielded results that could have a positive impact on the field of education through the implementation of the models that focus on the development of mathematical skills. In Uruguay, the emergence of studies into numerical cognition has a neuropsychological and experimental tradition. This article describes the main research carried out over the past 30 years using these two approaches, and it describes their results and possible implications. Finally, the importance of research into numerical cognition, the need to progress researchers' formation and the relevance of continuous interaction with educational institutions to enrich this field of knowledge and foster implementation in the classroom are discussed.

RESUMEN

Las investigaciones en el área de la cognición numérica han mostrado resultados que podrían tener un impacto positivo en el campo de la educación a través de la introducción de modelos sobre el desarrollo de las habilidades matemáticas. En Uruguay el surgimiento de los estudios sobre cognición numérica tiene tradición neuropsicológica y experimental. En el presente artículo se describen las principales investigaciones en los últimos 30 años desde estos dos enfoques, se describen sus resultados y sus posibles implicancias. Finalmente se discute la importancia de la investigación en cognición numérica, la necesidad de avanzar en la formación de investigadores y la relevancia del vínculo constante con las instituciones educativas para enriquecer este campo del conocimiento y favorecer los impactos en el aula.

ARTICLE HISTORY

Received 5 November 2019
Accepted 13 February 2020

KEYWORDS

numerical cognition;
education; Uruguay

PALABRAS CLAVE

cognición numérica;
educación; Uruguay

Numerical cognition seeks to understand the processes by which individuals perceive or understand mathematical ideas. Some of the main questions in the field are: What factors explain different individual performances in mathematics? How do children

CONTACT Alejandro Maiche  amaiche@gmail.com  Facultad de Psicología, Centro de Investigación Básica en Psicología (CIBPsi), Universidad de la Republica Uruguay

English version: pp. 1–11 / *Versión en español*: pp. 12–23

References / *Referencias*: pp. 23–25

Translation from Spanish / *Traducción del español*: Liza D'Arcy

© 2020 Fundación Infancia y Aprendizaje

acquire the notion of numbers? These questions are key for the design of educational policies and curricular planning. On this basis, it is understood that there are multiple implications to different educational actors' access to this kind of knowledge since they directly impact on the design of the curriculum for the initial years of schooling, and in turn a system that can identify those children who might present difficulties or that can create opportunities to implement specific teaching strategies for these cases.

The field of numerical cognition research is especially relevant in Uruguay for two reasons. Firstly, according to the 2015 PISA tests¹, the percentage of 15-year-old students in Uruguay who do not reach the minimum threshold defined by PISA for mathematics exceeded 50% (this percentage has remained almost unchanged since 2003). Secondly, when the data are broken down by subjects they show that during the first stages of secondary education, mathematics systematically presents the lowest pass rates (ANEP, 2018). If we add to this the importance of mathematics for education in general (Duncan et al., 2007), we can confirm that Uruguay has a significant problem in regard to the learning of mathematics.

The situation in primary education follows similar trends to those described above. International studies such as TERCE² found that at the end of primary school, more than half of Uruguay's students (62%) were performing at the lowest levels (I and II) (INEEd, 2017). The national Aristas test³ shows similar results in terms of distribution by levels (INEEd, 2018). Despite not specifying minimums of expected accomplishments, Aristas found that 51% of students in year 3 were performing at the lowest levels (levels 1 and 2 of 5). Upon reaching year 6, the results show some improvements: only 34% were performing at levels 1 and 2. However, there is profound inequality of the results according to Uruguayan students' socio-economic and cultural conditions (INEEd, 2019).

Faced with such challenges, findings arising from the research into numerical cognition carried out in Uruguay for more than two decades should be seriously considered when designing educational policies that introduce significant changes in the teaching of mathematics and especially at initial and primary school levels.

Research into numerical cognition in Uruguay

Studies into numerical cognition in Uruguay are based on two approaches that were developed independently in different Uruguayan academic institutions and that had different objectives.

The first approach includes a variety of studies in neuropsychology led by Prof. Sergio Dansilio and in direct collaboration with the Universidad de la República (UdelaR) Faculty of Medicine, initiated during the nineties. With a fundamentally clinical perspective, this research team basically focused on the study of dyscalculias in a hospital setting, and followed up with more studies into issues in the educational context at the Universidad Católica del Uruguay (UCU) (Dansilio, 2001, 2008a). Over the years, researchers associated with this research team at the UCU covered a variety of areas in the field of numerical cognition, focusing on learning difficulties linked to calculus.

The second approach emerged recently, during the last decade, from the creation of a specific line of research into numerical cognition at the UdelaR Faculty of

Psychology⁴. This research team focused on studying the cognitive bases of mathematics learning from an experimental perspective, with interventions supported by the use of ICTs in the classroom. This group's study is closely associated with developing interventions based on the stimulation of the Approximate Number System (ANS) as well as the possibility of linking non-symbolic and symbolic content through different individual and group games. The group is led by Prof. Alejandro Maiche and works with international collaborators who are references in this research area, such as Prof. Justin Halberda from Johns Hopkins University or Prof. Elizabeth Spelke from Harvard University.

Contributions from neuropsychology

The first studies carried out in Uruguay of what we now recognize to be numerical cognition were developed in the early 1990s by the Institute of Neurology at the UdelaR School of Medicine Clinical Hospital.

Techniques and practices related to difficulties and disorders in the acquisition of mathematical skills were developed based on diagnostic studies and therapeutic treatment for patients with brain damage or degenerative conditions. The research and dissemination studies carried out by this team addressed the clinical aspects of dyscalculias and explored different possibilities for their diagnosis and treatment. This research team also worked hard to differentiate the specific difficulties of calculation from those specific to language disorders, with the purpose of creating guidelines for teachers and actors in the educational context.

Dansilio et al. published a series of papers that present clinical evidence and case studies (children, adolescents and adults) on the psychopedagogical diagnosis of developmental dyscalculias and Developmental Gerstmann's Syndrome, as well as on the interaction with the various dimensions and representations associated with the acquisition of numbers. They also raise discussions based on theories of the different historical perspectives contributed by Piaget, Gallistel and Gelman, Butterworth or Dehaene (Dalmás & Dansilio, 2000). By focusing on the neuropsychology of learning, and more specifically on the clinical study of disorders, this group was able to implement work experiences with specialized teachers and psychopedagogues, sometimes even in coordination with primary and secondary education authorities. As an example, in 1994 this group carried out a project to standardize a protocol for the study of the Numerical Calculation Processing in Adults from a once-off funding by the CSIC⁵ (Commission of Scientific Research) which was not consolidated into a definitive protocol. Currently, this group is driving — from the Institute of Neurology — the design of an evaluation protocol to measure number processing and mathematical abilities in children, with the aim of facilitating access to instruments that screen for numerical difficulties.

In 2004, Prof. Dansilio was made director of the Neuropsychology department at the Universidad Católica del Uruguay (UCU). He promoted the formation of a working group whose purpose was to identify the main signs of specific mathematical learning difficulties during the initial years of schooling, in order to treat and guide these issues early (Balbi & Dansilio, 2010).

This initial study resulted in the creation of a research group that currently revolves around three areas associated with the acquisition of mathematical calculation skills (Rodríguez, Cuadro, & Ruiz, 2019): the need to identify difficulties in arithmetic calculation (Balbi, Ruiz, & García, 2017); evaluation and intervention techniques for calculation (Singer, Cuadro, Costa, & Von Hagen, 2014; Singer & Cuadro, 2014a; Ruiz & Balbi, 2019); and studies into the influence of sociodemographic variables on mathematical skills.

The need to identify difficulties in calculation

Balbi et al. (2017) compare the differences that exist in the number of diagnoses of Difficulties in Calculation (DAC) with the amount of diagnoses of Reading Difficulties (DAR). The central hypothesis of this study suggests that teachers detect reading issues much more frequently than calculation problems. To test this hypothesis, the study analysed three groups of children (168 children in years 3 to 6): the first two groups comprised children at risk of DAC and DAR respectively, and a third group that did not present issues in either of those areas. For each group, the number of teacher reports that referred to learning difficulties during those years prior to the group analysis was analysed. The authors found significant differences between the DAR group reports and the control group, i.e., the teachers generally identified children with reading difficulties. However, there were no significant differences between DAC group and the control group reports. In addition, there were also no significant differences between the DAR and DAC group reports. Several explanations have been suggested to explain these somewhat contradictory results: the authors point out that teachers possess scarce knowledge about calculation, that there is lack of evaluation tools and that calculation difficulties tend to coexist with reading difficulties (Balbi et al., 2017).

Evaluation and intervention techniques in calculation

The development of tools to measure numerical skills and for the diagnosis of specific learning difficulties has been another research focus for this group, whose origins stem from the Universidad Católica in Uruguay. The Efficacy Test in Arithmetic Calculation (TECA) (Singer, Cuadro, Costa, & von Hagen, 2014) evaluates arithmetic efficiency, in terms of accuracy and speed, through basic numerical combinations (combinations of natural numbers from 1 to 20). The test consists of three scales: 'addition and subtraction' scales, comprising 72 items that can be administered to students in years 1 to 6; and 'multiplication' and 'division' scales, for students in years 3 to 6, comprising 36 items each. Content validity analyses (which included item, dimensionality and reliability analysis) were carried out with a sample of 331 students in years 1 to 6 at primary school and showed evidence of the validity of a one-dimensional structure, consistent with the theoretical approaches (Singer & Cuadro, 2014a). The authors noted that the TECA provides information on the process of acquiring calculation skills throughout the school year in the four basic operations, while also facilitating the detection of possible learning difficulties in calculation (DAC). This test is still sometimes used in Uruguayan

educational institutions, but it is likely to be a fairly common reference in the private clinical setting.

In another intervention study carried out by this team (Singer, Ruiz, & Cuadro, 2018), the authors analysed the independent variables of linguistic skills and ANS in the performance of calculation efficiency. 679 students in years 3 to 6 from different schools in Montevideo were evaluated in fluency of arithmetic calculation, phonological processing, vocabulary, working memory and ANS. Using multilevel analysis, they found that all the variables studied contribute partially to the fluency in calculation, although linguistic skills explained a greater proportion of the variance.

In another study recently conducted by the authors of this group, Ruiz and Balbi (2018) aimed to influence the cognitive skills of children aged seven by stimulating mental calculation with a process that was based on a quasi-experimental design; they used an experimental group ($N = 25$) and an active control group (traditional teaching) ($N = 25$). The experimental group attended a programme that comprised 15 sessions over the course of five weeks, structured from a series of activities similar to those carried out in the classroom but specifically designed to stimulate the learning of numerical facts⁶, numerical system rules and calculation strategies. Both the experimental group and the active control group were evaluated with various tests (TECA, 2-digit Calculation, Number Line). The results found that there were no significant differences between the groups; however, differences were found between the pre- and post-evaluations that measured mathematical performance. The authors note that there was an improvement in the mathematical performance skills of both groups and the difficulty of comparing with a control group that receives traditional mathematics teaching (Ruiz & Balbi, 2018).

Other studies on sociodemographic variables

Research has also focused on the impact variables — such as socioeconomic status, sex and year — have on mathematical skills. Cuadro, Barg, Navarrete, and Suero (2008) investigated the influence of sociodemographic variables on the development of cognitive and social skills, specifically in children (27 children aged between seven and 13) who have been homeless (from a very low socioeconomic level). The sociodemographic and neuropsychological development variables of the participants were evaluated, such as oral language, their relationship with the written code, logical-mathematical reasoning skills (measured through the Wisc III Arithmetic and Digit Span Subtest) (Wechsler, 1997) and general cognitive functioning. The main objective of this study was to establish a development profile that would outline the main features of possible development trajectories, considering the current state of development and the potentials on which socio-educational interventions can be based. As a general result, cognitive profiles and logical-mathematical skills were significantly lower than those expected for the children's age and years of schooling. The greatest potentials, although they also had low performance levels, were detected in arithmetic operations and numerical series (Wisc-III Arithmetic), probably the result of activities carried out on the streets in contexts that involve money management.

The research carried out by this team regarding sociodemographic variables highlighted the need to develop strategies that reduced the negative effect of these variables

on mathematical performance. In general, the authors noted that these strategies should involve families as well as educational centres (von Hagen, Cuadro, & Giloca, 2017).

Contributions from an experimental perspective

In 2010, the Universidad de la República (UdelaR) Faculty of Psychology created the Centre for Basic Research into Psychology (CIBPsi) within which the numerical cognition research group⁷ operates. This group studies the cognitive processes involved in the learning of numbers and mathematics during the initial years of schooling.

Large-scale ANS stimulation

In 2013, the UdelaR numerical cognition team launched a large-scale intervention project in 10 public schools from different socio-cultural levels around Uruguay that included approximately 1,000 children in year 1. This project, which was carried out with the collaboration of the Ceibal Plan⁸, was based on a pre-post test design and included a stimulation of numerical skills programme which was carried out using Ceibal Plan games for tablets. The programme involved the evaluation of cognitive skills linked to numerical and mathematical concepts in children during their first year of primary school with the objective of determining whether a short intervention could improve the formal learning of mathematics.

The programme sought to strengthen children's ability to estimate quantities (associated with ANS) through different games that were applied in different sessions over five weeks. General and numerical cognitive skills such as *comparison of non-symbolic magnitudes, temporal discrimination, numerical recognition, comparison of symbolic quantities, estimation of quantities and magnitudes, visual search, number line, simple arithmetic, working memory, vocabulary* and *mathematical anxiety* were evaluated.

The working hypothesis was based on the idea that refinement in the accuracy of ANS, through the discrimination of non-symbolic quantities, can generate the appropriate conditions to facilitate the understanding of numbers and this, in turn, can improve the ability to perform arithmetic operations. Valle Lisboa et al. (2017a, 2017b) analysed the results of this study and concluded that it is possible to stimulate the ANS and increase its accuracy through short interventions mediated by games installed on tablets and that this positively influences the mathematical skills of children in year 1. However, this project did not include a control group, so it was not possible to establish the presence of a causal relationship. The authors also indicated that the intervention had differential results according to the sociocultural level of the school. Results were more effective in those children who attended lower sociocultural level schools, although they may have been more effective because these children carried out more activities or because their starting point (on average) was lower.

In another article published by this group (Odic et al., 2016), the authors analysed the relationships between time estimation, quantity estimation and mathematical skills within the framework of Walsh's A Theory of Magnitude (ATOM) (Walsh, 2003). Correlation analysis showed that the approximate representations of quantities and time were different, despite the fact that both correlate with mathematical performance. The authors concluded that ANS skills correlate more strongly than time discrimination

with formal mathematical performance; for ANS, this association is maintained when controlled for accuracy in time estimation and working memory. The results allow us to confirm that representations of time and number are different and provide evidence to better understand the relationship of these magnitudes (time and quantity) associated with mathematical performance, at least in children in year 1.

The project executed by this research group in collaboration with the Ceibal Programme served to shed light on the progress made in Uruguay in experimental research in the field of numerical cognition and was the first time that findings in experimental cognitive psychology were implemented into school classrooms. On this basis, the project functioned as a base for various initiatives. Firstly, the Ceibal plan created the Ceibal study centre⁹, where it could focus its research and which it could use as a jumping board to develop its true potential and influence the country's education. Secondly, it initiated a process of exchanges between teachers and researchers and direct contact between the academy and educational centres, facilitating teachers' access to the world of empirical research and, specifically, to knowledge about cognitive psychology. A fact that validates this greater access is the growing number of teachers and educators who have participated in training activities and educational workshops, which members of this group have organized since 2017 through CICEA¹⁰ — such as the courses *Aportes de las Ciencias Cognitivas a la Educación* [Contributions of Cognitive Sciences to Education] (200 participants) or the *Simposio de Educación, Cognición y Neurociencias* [Symposium on Education, Cognition and Neurosciences] (300 participants) and the *Reuniones Académicas de Trabajo* [Academic Work Meetings]¹¹ (200 participants).

Similarly, as part of this research project, the team also made progress in the design of a tablet-based Uruguayan Mathematics Test (PUMA) that takes a game format and is aimed at assessing mathematical skills in children who are starting school (González et al., 2016; Valle Lisboa et al., 2017a). It is an evaluation that has the peculiarity of not needing to be read and can be self-administered because the software regulates the interaction with the child through audio instructions. This test evaluates different numerical and mathematical skills that include tasks such as numerical recognition, transcoding, composition and numerical decomposition, ordering of Arabic numerals, positioning on the number line and solving addition problems. A more detailed description of its possibilities and its use can be found in the group's publications (Odic et al., 2016; Valle Lisboa et al., 2017a, 2017b) as well as on their website¹², which details all the phases and tasks used in this research study.

Refining a perspective: experimentation in small groups

In the years following the large-scale ANS stimulation project, the UdelaR numerical cognition team continued its research work exploring the importance of refining the accuracy of ANS for mathematical performance through different smaller interventions in the classroom.

González et al. (2016) carried out an intervention study in two separate year 1 classes ($N = 44$) based on the use of a specially designed card game. A quasi-experimental cross-over design with two groups and three evaluation periods was used. The evaluation was composed of different mathematics tests that measured the performance in

symbolic and non-symbolic numerical skills (approximate numerical system, calculation and mathematical reasoning problems). The non-intervention group received normal classes. The game used for the intervention was coordinated by the teacher of each class and was based on a set of cards with different stimuli on both sides. One side of the card shows a typical ANS stimulus with two sets of points (each a different colour), and the other side shows their symbolic representation (in Arabic numerals). The game is played in groups of four or five children who must place each card in the location that corresponds to the colour that has the most points. Children can take whichever card they like, which means they can make their decision based on the ANS (by looking at the side with the dots on them) or based on symbolic information (looking at the side with Arabic numerals). The game seeks to stimulate the connection between non-symbolic percepts (set of points) and the symbolic content that represents them (Arabic numerals). It was expected that for ratios close to one, where non-symbolic information (the dots) is ambiguous, the children would perceive the usefulness of the numerical symbols to make their decision and, in this way, the necessary mapping between the non-symbolic and the required symbolic would be made at this stage of mathematical learning.

The authors reported that the intervention had positive effects on the children's symbolic mathematical performance (results from the Symbolic Arithmetic Test and PUMA) and recommend using these types of games in pedagogical strategies for the formal teaching of mathematics to foster the mathematical performance of children in their initial years of schooling (aged six). Although the results are promising and shed light on the potentials of these types of resources, we must also remember that, as the researchers indicate, these results should not be considered conclusive because of the small sample size.

During 2017 and 2018, another classroom intervention was carried out based on educational materials and educational games developed by this same study group (Langfus et al., 2019). The project sought to study the relationships between the notions of space, time and number with symbolic arithmetic. The objectives of the project also included the need to develop teaching materials¹³ that could be used directly by teachers in the classroom. The project included an application called *Matemáticas Monstruosas* [Monstrous Mathematics] for tablets created by the Ceibal Plan that consisted of four mini stimulation games that worked a variety of skills, and comparisons and estimates of quantities, time and space exercises. The project also comprised an educational activities class book that had the same design and characters as the application. The book's activities were chronologically ordered in increasing difficulty and were designed for years 2 and 3 (approximately ages eight to 10). The activities were designed by a group of 10 teachers who voluntarily participated in the study which was part of the process that sought to bring teachers and researchers closer together. The team of teachers worked with researchers for approximately one year, and had a central role in the process as their feedback for the definition of the games, children's daily school life, and the design of the exercises with increasing difficult levels for the activity book was essential.

The research sample comprised 386 children from Montevideo and Canelones from years 3 and 4. The project included an intervention with the materials developed (experimental group) and a control group, which received classes in traditional format

during the intervention period. The results showed that both groups improved in ANS and pre-post arithmetic calculation scores, but no major difference was seen between the two groups. The authors did note an improvement for the intervention group when divided into socioeconomic levels (Quintile Very low (1) and Medium (3)). Likewise, an improvement was observed in those students who had repeated classes (Average Quintile (3))¹⁴, although in these cases the group sizes are too small to confirm a conclusion in this regard.

Ongoing projects: promoting the initial learning of mathematics

In 2018, the research team initiated a line of research into parental involvement in children's learning through daily numeracy activities related to mathematics. Under the hypothesis that these activities enhance the learning of early maths concepts (LeFevre et al., 2009), the research study sought to replicate the relationship between the frequency of numeracy activities at home and mathematical performance reported in the literature from a correlational study ($N = 37$ children) where this association was verified (De León, Sánchez, Koleszar, Cervieri, & Maiche, *in press*). Subsequently, an experimental study was carried out with 140 dyads (parent-child) from two public primary education institutions which comprised an intervention based on workshops that involved games and use of numbers using everyday household activities. The analysis of the data and the publication of the results are still pending.

With the aim of fostering the use of Ceibal Plan tablets for experiments, another part of the team has been working on improving mathematical abilities during early childhood and for this developed the CETA (Ceibal Tangible) project, which led to the creation of a tangible interaction device for learning mathematical concepts (Marichal et al., 2017). To test the usefulness of this device, the BRUNO video game for year 1 primary school children was developed, and its impact was evaluated through an experimental design with three conditions: two experimental conditions (tangible interaction, virtual interaction) and a control group. Although the sample was small (24 children), the comparative results of the mathematical performance, evaluated through the TEMA-3 instrument, showed significant improvements for the experimental condition of tangible interaction (Pires et al., 2019).

From numerical cognition to the teaching of mathematics

The scientific discoveries described above aim to understand how children incorporate numerical knowledge. Many of them emerge from recent research into cognitive neuroscience by authors such as Stanislas Dehaene or Elizabeth Spelke and construct new ways for school-age children to learn mathematics. Dehaene (1997) details how cognitive functions that support the development of mathematical concepts in children emerge from an early age. Some years later, Spelke (2011) shed light on the existence of an innate knowledge that could be the basis of future learning.

However, the ability to understand and use mathematical concepts to solve problems is not based on a single cognitive ability; thus, we cannot conclude that it is either completely innate or only acquired. Mathematics, a complex knowledge with culturally acquired components, is supported by different general processes such as language,

visuospatial processing, memory and attention, which have an ontogenetic basis that can be modified by learning (Carey, 2009; Dehaene, 1997; Gelman & Gallistel, 1978). The study of numerical cognition seeks to understand the cognitive and neural bases of mental representations of quantities and their relationship with mathematical concepts in order to refine the didactic and pedagogical strategies teachers use when teaching mathematics.

Most of the studies mentioned in this article fall within that framework. That is to say, the purpose of many of these studies is to explore the basic mechanisms of numerical cognition with the aim of improving mathematical education and the teaching-learning mathematical processes in school-aged children. On this basis, different programmes for the stimulation of nuclear numerical capacities have been designed and evaluated (Spelke & Kinzler, 2007) with the intention of implementing them into pedagogical strategies and didactic activities that can facilitate, for example, the acquisition of the concept of numbers. Progress is in the early stages in terms of the impact and transfer of these investigations to the classroom and its expansion, but the greater involvement of teachers in these areas suggests that these fields are becoming more developed.

From the teaching of mathematics to numerical cognition

In the field of numerical cognition there is still an ongoing discussion regarding the different models, theories and concepts needed for the acquisition of mathematical knowledge. However, the progress that has been seen in recent years in the cognitive bases of learning and, in particular, in the cognitive bases of learning mathematics allows us to envision future changes in teaching.

Over the last 100 years we have made tremendous progress in our understanding of how humans learn and process information but, as is often the case in the early stages of creating a field of knowledge, we are still debating models and learning theories that, in many cases, are opposed. Constructivist ideas strongly influenced the Uruguayan education system (CEIP, 2013) and, consequently, the mathematics curricula. However, unlike what Piaget (1978) and other authors emphasized, in the field of numerical cognition babies seem to respond intuitively to the numerical properties of their visual world, even before they can use language, abstract reasoning or the possibility of manipulating the environment (Butterworth, 2005).

There are several cognitive scientists and mathematical educators who argue that we are born pre-wired with an innate knowledge that can facilitate our interaction with key elements in the world such as faces, intentions or quantities (Dehaene, 2019). Based on empirical evidence of this basic knowledge (core knowledge, Spelke & Kinzler, 2007), they support teaching strategies that rely on certain intuitions of quantities (shared with other species), which could form the basis of the acquisition of mathematics (Dehaene, 1997). This is a good example of how recent discoveries in cognitive science can impact the design of mathematical curricular programmes. And in this sense, designing a curriculum for primary education that is based on the idea that children start school with no notions of numbers is very different to designing one based on the assumption that there is universal knowledge of numbers from birth (Lipton & Spelke, 2003).

In any case, it is also understandable that the incorporation of recent discoveries emerging from research into mathematical curricular programmes is not immediate.

Shared influence between research and school education methods is dependent on local actors and, for that same reason, the objective should not only focus on the influence of one on the other, but rather on continuous collaboration and the formation of mixed working groups, where those responsible for teaching in the classroom are an inherent part of the research processes that are developed at universities and research centres. In our opinion, this is the best way to ensure the relatively rapid incorporation of scientific discoveries into teaching programmes and the design of public policy in education (Simms, McKeaveney, Sloan, & Gilmore, 2019).

In the particular case of Uruguay, we believe that educational actors' acquisition of knowledge of numerical cognition is still in its initial stages, although it is true that the development of the numerical cognition research field has matured over the last few years of production and showing its intent to influence teaching practices. The results of the research analysis carried out by this article have clearly shown that the development of the different lines of research have had, for the moment, limited influence on the design of public policy or on the construction of curricula. Although we do not have a specific study that shows the causes of this limited influence, we can assume that it is related to the fact that changes in teaching practices, like any human process, require an appropriation process and that cannot be carried out from behind the desks the policies are designed at. Changes in teaching must be made from the conceptual changes that educational actors carry out themselves in their daily practice, and cannot be decreed from the policy design. On this basis, although we believe that it is still too early to see changes in the curriculum, there are signs, such as teachers and educational actors' growing interest and involvement in including the cognitive sciences in postgraduate training, that make us believe that a path towards better results is beginning to be forged.

Notes

1. Programme for International Student Assessment carried out by OECD.
2. UNESCO Third Regional Comparative and Explanatory Study.
3. National Assessment System of Educational Achievements carried out by INEED <https://www.ineed.edu.uy/nuestro-trabajo/aristas.html>.
4. www.cognicionnumerica.psico.edu.uy.
5. <https://www.csic.edu.uy/>.
6. Numerical facts refer to the internalization and recovery of operations between numbers without the need to calculate (e.g., $6 + 4 = 10$) (Temple & Sherwood, 2002).
7. <http://www.cognicionnumerica.psico.edu.uy/>.
8. Uruguayan *One Laptop Per Child* initiative.
9. <https://fundacionceibal.edu.uy/acerca-de/>.
10. <https://www.cicea.ei.udelar.edu.uy/actividades3/>.
11. Interdisciplinary Centre in Cognition for Teaching and Learning.
12. <http://www.cognicionnumerica.psico.edu.uy/proyectos/2013/intervencion/>.
13. Available at <http://www.cognicionnumerica.psico.edu.uy/#recursos>.
14. In Uruguay, the repetition rate for initial years of schooling is very high: in the 2013–18 period, approximately 12% of children repeated a year.

Cognición numérica en Uruguay: de la clínica y los laboratorios al aula

La Cognición Numérica busca entender los procesos mediante los cuales los individuos perciben o entienden las ideas matemáticas. Algunas de las preguntas principales del campo son: ¿Cuáles son los factores que explican los diferentes desempeños individuales en matemática? o ¿Cómo surge la noción de número en el niño? Estas preguntas resultan claves para el diseño de políticas educativas y, específicamente, para la construcción de algunos planes curriculares. En este sentido, se entiende que las implicancias del acceso a esta clase de conocimiento por parte de los diferentes actores educativos son múltiples ya que impactan directamente sobre el diseño de la currícula en los primeros años de escolarización, la capacidad del sistema para identificar a aquellos niños que podrían presentar dificultades o incluso la posibilidad de disponer de estrategias de enseñanza específicas para estos casos.

El campo de la investigación en cognición numérica resulta especialmente relevante en Uruguay por dos motivos. Por un lado, de acuerdo a las pruebas PISA¹-2015, en Uruguay el porcentaje de estudiantes de 15 años que no alcanza el umbral mínimo definido por PISA para Matemáticas, supera el 50% (esta medición se ha mantenido casi sin cambios desde 2003). Por otro lado, los datos desagregados por asignaturas muestran que, durante el ciclo básico de enseñanza media, la asignatura de Matemática es sistemáticamente la que presenta los resultados de aprobación más bajos (ANEP, 2018). Si a estos datos le sumamos el fuerte peso de las matemáticas en relación a las trayectorias educativas generales (Duncan et al., 2007), tenemos que asumir que Uruguay tiene un problema importante relacionado con el aprendizaje de la matemática.

El panorama en la enseñanza primaria nos muestra tendencias similares a las descritas anteriormente para la enseñanza media. Estudios internacionales como TERCE² señalan que, al finalizar el ciclo escolar, más de la mitad de los estudiantes (62%) se encuentra en los niveles de desempeño más bajos (I y II) (INEEd, 2017). A nivel nacional, la prueba Aristas³ muestra resultados coincidentes en cuanto a distribución por niveles (INEEd, 2018). A pesar de no especificar mínimos en cuanto a logros esperados, Aristas muestra que el 51% de los estudiantes del tercer año escolar se ubican en los niveles más bajos de desempeño (1 y 2 de cinco niveles). Al llegar a sexto año los resultados muestran algunas mejoras, en los niveles 1 y 2 encontramos al 34% de niños y niñas. Sin embargo estos resultados están atravesados por una gran inequidad en los desempeños de los estudiantes uruguayos en relación con sus condiciones socioeconómicas y culturales (INEEd, 2019).

En un marco como el que acabamos de describir, los aportes de la investigación en Cognición Numérica que se realiza en el país desde hace ya más de dos décadas, deberían considerarse seriamente a la hora de diseñar políticas educativas que introduzcan

cambios significativos, en este caso, en la enseñanza de la matemática y sobre todo en los niveles escolares de inicial y primaria.

La investigación en Cognición Numérica en Uruguay

Los estudios sobre Cognición Numérica en Uruguay parten de dos enfoques que se desarrollaron de manera independiente en diferentes instituciones académicas del país y con objetivos distintos.

Por un lado, se puede identificar una serie de trabajos en neuropsicología dirigidos por el Prof. Sergio Dansilio y en vínculo directo con la Facultad de Medicina de la Universidad de la República (Udelar) que comienzan en la década de los 90. Con un enfoque fundamentalmente clínico, este equipo de investigación se centró básicamente en el estudio de las discalculias en el contexto hospitalario y también dió lugar a una serie de trabajos más ligados a los problemas en el contexto educativo dentro de la Universidad Católica del Uruguay (UCU) (Dansilio, 2001, 2008a). A través de los años, los investigadores asociados a este equipo de investigación en la UCU fueron abarcando diferentes aspectos del campo de la cognición numérica haciendo foco en las dificultades de aprendizaje ligadas al cálculo.

El segundo enfoque surge en la última década, a partir de la creación de una línea específica de investigación en cognición numérica en la Facultad de Psicología de la Udelar⁴. Este equipo de investigación pone el foco en estudiar las bases cognitivas del aprendizaje de la matemática desde una perspectiva experimental, con intervenciones apoyadas en el uso de las TIC en el aula. El trabajo de este grupo aparece fuertemente vinculado a desarrollar intervenciones basadas en la estimulación del Sistema Numérico Aproximado (ANS, del inglés *Approximate Number System*) así como en la posibilidad de vincular contenidos no simbólicos y simbólicos mediante diferentes juegos individuales y grupales. El grupo es liderado por el Prof. Alejandro Maiche y cuenta con colaboradores internacionales referentes de esta perspectiva de investigación como el Prof. Justin Halberda de la Universidad Johns Hopkins o la Prof. Elizabeth Spelke de la Universidad de Harvard.

Aportes desde la neuropsicología

Los primeros trabajos en Uruguay de lo que hoy reconocemos como cognición numérica son desarrollados a principios de la década de los 90 en el marco del Instituto de Neurología del Hospital de Clínicas de la Facultad de Medicina de la Udelar.

A partir de estudios de diagnóstico y de abordajes terapéuticos para pacientes con daño cerebral o afecciones degenerativas, se fueron desarrollando técnicas y prácticas relacionadas con las dificultades y trastornos en la adquisición de las habilidades matemáticas. Los trabajos de investigación y divulgación realizados por este equipo han abordado los aspectos clínicos de las discalculias así como diferentes posibilidades para su diagnóstico y tratamiento. Al mismo tiempo, este equipo de investigación ha trabajado fuertemente en diferenciar las dificultades específicas del cálculo de aquellas específicas de los trastornos del lenguaje, con el objetivo de orientar a los maestros y actores en general del mundo educativo.

Dansilio y colaboradores han publicado una serie de trabajos que presentan evidencia clínica y estudios de caso (niños, adolescentes y adultos) sobre el diagnóstico psicopedagógico de Discalculias del Desarrollo, el Síndrome de Gerstmann del Desarrollo y la interacción con las diversas dimensiones y representaciones vinculadas a la adquisición del número. Plantean también discusiones en base a teorías de las diferentes perspectivas históricas aportadas por Piaget, Gallistel y Gelman, Butterworth o Dehaene (Dalmás & Dansilio, 2000). Al poner el foco de interés en la Neuropsicología del aprendizaje, y más específicamente, en el estudio clínico de los trastornos, este grupo logra implementar experiencias de trabajo en conjunto con maestras especializadas y psicopedagogas, algunas veces en coordinación con autoridades de la Enseñanza Primaria y Secundaria. A modo de ejemplo, en 1994 este grupo inicia un trabajo para normalizar y estandarizar un protocolo del estudio del Procesamiento del Cálculo Numérico en Adultos a partir de un financiamiento puntual de la CSIC⁵ (Comisión Sectorial de Investigación Científica) que luego no se consolida finalmente en un protocolo definitivo. Actualmente, este grupo impulsa — desde el Instituto de Neurología — el diseño de un protocolo de evaluación para medir el procesamiento del número y las facultades matemáticas en niños pequeños con el objetivo de disponer de instrumentos que permitan el cribado de dificultades numéricas en el país.

En 2004, el Prof. Dansilio asume la dirección del área de Neuropsicología en la Universidad Católica del Uruguay (UCU). En este marco se forma un grupo de trabajo orientado a identificar los signos principales de la presencia de dificultades específicas de aprendizaje matemático al inicio de la escolarización, con el objeto de realizar tratamientos y orientaciones tempranas (Balbi & Dansilio, 2010).

Este trabajo inicial permitió conformar un grupo de investigación que, en la actualidad, se desarrolla en torno a tres áreas asociadas a la adquisición de habilidades de cálculo matemático (Rodríguez, Cuadro, & Ruiz, 2019): la relevancia de la identificación de las dificultades en el cálculo aritmético (Balbi, Ruiz, & García, 2017); las técnicas de evaluación e intervención en el cálculo (Singer, Cuadro, Costa, & Von Hagen, 2014; Singer & Cuadro, 2014a; Ruiz & Balbi, 2019) y los estudios relacionados con la influencia de las variables sociodemográficas en las habilidades matemáticas.

Relevancia de la identificación de las dificultades en el cálculo

Balbi et al. (2017) comparan las diferencias que existen en la cantidad de diagnósticos de Dificultades en Cálculo (DAC) con la cantidad de diagnósticos en Dificultades de Lectura (DAL). La hipótesis central de esta investigación sugiere que existe una mayor detección, por parte de los docentes, de los problemas en el área de la lectura y una menor detección de las DAC. Para contrastar dicha hipótesis, en la investigación analizan tres grupos de niños (168 niños de entre 3ero y 6to de primaria): los primeros dos grupos se componen de niños con riesgo de DAC y DAL respectivamente y un tercer grupo que no presenta dificultades en ninguna de estas áreas. Para cada grupo se analiza la cantidad de reportes de los docentes que hacen referencia a dificultades de aprendizaje durante la historia escolar del niño previas al análisis de grupos. Los autores encuentran diferencias significativas entre los reportes del grupo con DAL y el normotípico, es decir que el personal docente en general identifica los niños con dificultades en lectura. Sin embargo no se encuentran diferencias significativas entre

los reportes del grupo con DAC y el grupo normotípico, y además, cuando se compara entre los reportes de los grupos con DAL y DAC tampoco se encuentran diferencias significativas. Varias explicaciones son propuestas para explicar estos resultados un tanto contradictorios, entre ellas las autoras señalan el poco conocimiento sobre las dificultades en el cálculo que poseen los docentes, la falta de herramientas de evaluación y la alta comorbilidad de las dificultades de cálculo con las dificultades lectoras (Balbi et al., 2017).

Técnicas de evaluación e intervención en el cálculo

El desarrollo de herramientas para la evaluación de las capacidades numéricas y para el diagnóstico de dificultades específicas del aprendizaje ha sido otro de los focos de investigación de este grupo con origen en la Universidad Católica del Uruguay. El Test de Eficacia en el Cálculo Aritmético (TECA) (Singer, Cuadro, Costa, & von Hagen, 2014) evalúa la eficiencia aritmética, en términos de precisión y velocidad, a través de combinaciones numéricas básicas (combinaciones de números naturales del 1 al 20). La prueba consta de tres escalas: escalas de ‘suma y resta’, compuestas de 72 ítems que pueden ser administrados a estudiantes de primero a sexto de primaria; y las escalas de ‘Multiplicación’ y ‘División’, para estudiantes de tercero a sexto grado, compuestas de 36 ítems cada una. Los análisis de validez de contenido (que incluyeron análisis de ítems, dimensionalidad y fiabilidad) se realizaron con 331 estudiantes de primero a sexto grado de educación primaria y mostraron evidencia de la validez de una estructura unidimensional, acorde con los planteamientos teóricos (Singer & Cuadro, 2014a). Los autores señalan que el TECA permite disponer de información del proceso de adquisición del cálculo a lo largo del ciclo escolar en las cuatro operaciones básicas y, al mismo tiempo, facilita la detección de niños con posibles dificultades de aprendizaje de cálculo (DAC). Este test es todavía tímidamente usado a nivel educativo del país aunque es probable que sea una referencia bastante usual en el ámbito clínico privado.

En otro trabajo de intervención realizado por este equipo (Singer, Ruiz, & Cuadro, 2018) se analiza la contribución independiente de las habilidades lingüísticas y el ANS en el desempeño de la eficacia del cálculo. Para ello, se evaluó a 679 estudiantes, de entre tercer y sexto grado de diferentes colegios de Montevideo, en fluidez del cálculo aritmético, procesamiento fonológico, vocabulario, memoria de trabajo y ANS. Mediante análisis multinivel, se encontró que todas las variables estudiadas contribuyen parcialmente a la fluidez en el cálculo aunque las habilidades lingüísticas explican una mayor proporción de la varianza.

En otro estudio realizado recientemente por autores de este grupo, Ruiz y Balbi (2018) se proponen impactar sobre habilidades cognitivas matemáticas de niños de siete años de edad, mediante una intervención de estimulación del cálculo mental, basada en un diseño cuasi-experimental con un grupo experimental ($N = 25$) y otro de control activo (enseñanza tradicional) ($N = 25$). La intervención de la que participaron los sujetos del grupo experimental consistió en un programa de 15 sesiones durante cinco semanas, estructurado a partir de una serie de actividades similares a las propuestas en el aula pero diseñadas específicamente para estimular el aprendizaje de hechos numéricos⁶, reglas del sistema numérico y estrategias de cálculo. Tanto el grupo experimental como el de control activo fueron evaluados mediante diversas pruebas

(TECA, Cálculo de 2 dígitos, Línea Numérica). Los resultados de la investigación muestran que no hay diferencias significativas entre los grupos aunque, para ambos grupos, se encontraron diferencias entre las evaluaciones pre y post que componen la medida de desempeño matemático. Las autoras resaltan la mejora en las habilidades de desempeño matemático de ambos grupos y señalan la dificultad para comparar contra un grupo de control de enseñanza tradicional de la matemática (Ruiz & Balbi, 2018).

Otros estudios sobre variables sociodemográficas

La investigación en habilidades matemáticas ha sido abordada también desde la perspectiva del impacto de variables como el nivel socioeconómico, el sexo y el grado escolar. Cuadro, Barg, Navarrete, y Suero (2008) se centraron en investigar la influencia de variables sociodemográficas en el desarrollo de competencias cognitivas y sociales, específicamente en población infantil (27 niños de entre siete y 13 años) que ha estado en situación de calle (nivel socioeconómico muy bajo). Se evaluaron variables sociodemográficas y de desarrollo neuropsicológico de los participantes, tales como el lenguaje oral, la relación con el código escrito, habilidades de razonamiento lógico-matemático (medidas a través de las Subprueba de Aritmética y Dígitos de Wisc III (Wechsler, 1997) y el funcionamiento cognitivo general. El objetivo central de este estudio fue establecer un perfil de desarrollo que incluyera los rasgos principales de sus posibles trayectorias de desarrollo, considerando el estado actual de desarrollo y las potencialidades sobre las que se pueden basar intervenciones socio-educativas. Como resultado general se observaron perfiles cognitivos y también habilidades lógico-matemáticas significativamente menores a los esperados para la edad y los años de escolarización. Las mayores potencialidades, aunque también con rendimientos descendidos, se identificaron en el desempeño de operaciones aritméticas y series numéricas (Aritmética del Wisc-III), probablemente resultado de las actividades realizadas en el contexto de calle que implican el manejo de dinero.

Las investigaciones realizadas por este equipo en relación a la incidencia de las variables sociodemográficas apuntan a la necesidad de desarrollar estrategias con miras a disminuir el efecto negativo de estas variables en el desempeño matemático. De modo general, proponen que estas estrategias deberían involucrar a las familias así como también a los centros educativos (von Hagen, Cuadro, & Giloca, 2017).

Aportes desde la perspectiva experimental

En el año 2010, la Facultad de Psicología de la Universidad de la República (UdelaR) crea el Centro de Investigación Básica en Psicología (CIBPsi) en el marco del cual funciona el grupo de investigación en Cognición Numérica⁷. Este grupo se orienta hacia el estudio de los procesos cognitivos involucrados en el aprendizaje de los números y la matemática en los primeros años de escolarización.

La estimulación del ANS a gran escala

En el año 2013, el equipo de cognición numérica de la UdelaR pone en marcha un proyecto de intervención a gran escala en 10 escuelas públicas del país de distintos

niveles socioculturales que abarca a casi 1,000 niños de 1º grado escolar. Este proyecto, que se realiza con la colaboración del Plan Ceibal⁸, se basa en un diseño pre-post con un programa de estimulación de las habilidades numéricas basado en juegos para tablets del Plan Ceibal. El programa implicó la evaluación de las habilidades cognitivas vinculadas a conceptos numéricos y matemáticos en niños del primer año de escuela primaria con el objetivo de determinar si una intervención corta podría mejorar el aprendizaje formal de la matemática.

El programa buscaba fortalecer la capacidad de estimación de cantidades de los niños (vinculadas al ANS) a través de diferentes juegos que se aplicaron en diferentes sesiones durante cinco semanas. Se evaluaron habilidades cognitivas generales y numéricas como *comparación de magnitudes no simbólicas, discriminación temporal, reconocimiento numérico, comparación de magnitudes simbólicas, estimación de cantidades y magnitudes, búsqueda visual, línea numérica, aritmética simple, memoria de trabajo, vocabulario y ansiedad matemática*.

La hipótesis de trabajo se apoyaba en la idea de que el refinamiento en la precisión del ANS, a través de la discriminación de cantidades no simbólicas, puede generar las condiciones apropiadas para facilitar la comprensión del número y esto, a su vez, puede promover una mejora en la capacidad de realización de operaciones aritméticas. Como resultados de esta investigación, Valle Lisboa et al. (2017a, 2017b) concluyen que es posible estimular el ANS y aumentar su precisión a través de intervenciones cortas mediadas por juegos implementados en tablets y que ello influye positivamente en las habilidades matemáticas en niños de primer grado. Sin embargo, este proyecto no incluyó un grupo control por lo que no fue posible establecer la presencia de una relación causal. Los autores señalan además que la intervención tuvo resultados diferenciales según el nivel sociocultural de la escuela. Los resultados muestran mayores efectos en aquellos niños pertenecientes a los quintiles más bajos aunque ello podría deberse a que realizaron mayor cantidad de actividades o también a que su punto de partida (en promedio) era menor.

En otro artículo publicado por este grupo (Odic et al., 2016), los autores analizan las relaciones entre la estimación del tiempo, la estimación de cantidades y las habilidades matemáticas en el marco de la propuesta teórica ATOM (Walsh, 2003). Mediante análisis de correlación se muestra que las representaciones aproximadas de cantidades y tiempo son diferentes, a pesar de que ambas correlacionan con el desempeño matemático. Los autores concluyen que la habilidad para el ANS correlaciona de manera más fuerte que la discriminación temporal con el desempeño matemático formal y, a la vez que para el ANS se mantiene esta asociación cuando se controla por la precisión en la estimación temporal y la memoria de trabajo. Los resultados permiten afirmar que las representaciones de tiempo y número son diferentes y aportan elementos para entender mejor la relación de estas magnitudes (tiempo y cantidad) con el desempeño matemático, al menos en niños de primer grado escolar.

El proyecto ejecutado por este grupo de investigación en colaboración con el Plan Ceibal sirvió para visibilizar los avances existentes en el país en investigación experimental en el campo de la cognición numérica y significó la primer salida del *laboratorio* a las aulas escolares de la psicología cognitiva experimental. En este sentido, el proyecto funcionó como motor de arranque para diversas iniciativas. Por un lado, el plan Ceibal crea el centro de estudios Ceibal⁹ para centrar allí sus capacidades de investigación y desplegar desde esa

estructura su verdadera potencialidad de influencia en la educación del país. Por otro lado, comienza un proceso de apertura en las escuelas a ricos intercambios entre maestros e investigadores y un contacto directo de la academia con los centros educativos que permitió un mayor acercamiento de los docentes al mundo de la investigación empírica y, específicamente, a los conocimientos sobre Psicología Cognitiva. Un dato que permite validar este mayor acercamiento es la cantidad de docentes y educadores que han participado de actividades e instancias formativas como el curso ‘Aportes de las Ciencias Cognitivas a la Educación’ (200 participantes), o el ‘Simposio de Educación, Cognición y Neurociencias’ (300 participantes) y las ‘Reuniones Académicas de Trabajo’¹⁰ (200 participantes) que miembros de este grupo en el marco del CICEA¹¹ han organizado desde 2017 a la fecha.

Asimismo, como parte de este proyecto de investigación, el equipo también avanzó en el diseño de una Prueba Uruguaya de Matemática (PUMA) basada en tablets y organizada en formato de juegos dirigida a evaluar competencias matemáticas en niños que comienzan la etapa escolar (González et al., 2016; Valle Lisboa et al., 2017a). Se trata de una evaluación que tiene la particularidad de no necesitar de lectura autónoma y puede ser aplicada de manera autoadministrada debido a que el software regula la interacción con el niño a través de instrucciones de audio. Esta prueba evalúa diferentes competencias numéricas y matemáticas que incluyen tareas de reconocimiento numérico, transcodificación, composición y descomposición numérica, ordenamiento de números arábigos, posicionamiento en la línea numérica y resolución de problemas de adición. Se puede encontrar una descripción más detallada de sus posibilidades y su uso en las publicaciones del grupo (Odic et al., 2016; Valle Lisboa et al., 2017a, 2017b) así como en la página web¹² que detalla todas las fases y tareas utilizadas en esta investigación.

Refinando la mirada: la experimentación en grupos pequeños

En los años posteriores al proyecto de estimulación de ANS a gran escala, el equipo de cognición numérica de la UdelaR continuó su trabajo de investigación explorando la importancia del refinamiento de la precisión del ANS para el desempeño matemático a través de diferentes intervenciones de menor tamaño en aula.

En González et al. (2016), se presentan los resultados de una intervención realizada en dos clases de 1º grado ($N = 44$) que se basa en la utilización de un juego de cartas diseñado especialmente para el estudio. Se utilizó un diseño cuasi-experimental de tipo cross-over con dos grupos y tres periodos de evaluación. La evaluación estaba compuesta por diferentes tests de matemática que miden el desempeño en habilidades numéricas simbólicas y no simbólicas (sistema numérico aproximado, cálculo y problemas de razonamiento matemático). Durante el tiempo que cada grupo no formaba parte de la intervención recibía clases de forma tradicional. El juego utilizado para la intervención fue coordinado por el docente de la clase y se basa en un conjunto de cartas con estímulos diferentes en ambas caras. En una de las caras de la carta aparece un estímulo típicamente de ANS dónde hay dos conjuntos de puntos (de distintos colores); mientras en la otra cara de la carta aparece la representación simbólica (en números arábigos) de los conjuntos de puntos. El juego se realiza en grupos de cuatro o cinco niños que deben ir colocando cada carta en el lugar que corresponde al color que tiene mayor cantidad de puntos. Los niños disponen libremente de las cartas lo que implica que podrán tomar su decisión en base al ANS

(mirando la cara de los puntitos) o en base a información simbólica (mirando la cara con los números arábigos). El juego busca estimular la conexión entre los perceptos no simbólicos (conjunto de puntos) y el contenido simbólico que los representa (números arábigos). Se espera que, para *ratios* cercanos a uno donde la información no simbólica (puntitos) es ambigua, los niños perciban la utilidad de los símbolos numéricos para tomar su decisión y, de esta manera, se facilite el necesario mapeo entre lo no simbólico y lo simbólico que se requiere en esta etapa del aprendizaje matemático.

Los autores muestran efectos positivos de la intervención en el desempeño matemático simbólico (Test de Sumas Simbólicas y PUMA) y sugieren la utilización de este tipo de juegos como parte de las estrategias pedagógicas de la enseñanza formal de la matemática para favorecer el desempeño matemático de niños en una etapa inicial de su escolarización (6 años). Si bien los resultados son promisorios y sugieren, en efecto, la potencialidad del uso de este tipo de recursos es necesario tener en cuenta que, tal como indican los investigadores, estos resultados no deben considerarse concluyentes debido al tamaño de la muestra.

Durante 2017 y 2018 se llevó adelante otra intervención en aula basada en materiales didácticos y juegos educativos desarrollados por este grupo de trabajo (Langfus et al., 2019). El proyecto buscó estudiar las relaciones entre las nociones de espacio, tiempo y número con la aritmética simbólica. Dentro de los objetivos del proyecto se consideraba también la necesidad de desarrollar materiales didácticos¹³ que pudieran ser utilizados directamente por los docentes en el aula. El proyecto incluyó la creación de una aplicación (Matemáticas Monstruosas) para tablets del Plan Ceibal que consta de cuatro mini-juegos de estimulación de diferentes habilidades con ejercicios de comparaciones y estimaciones de cantidades, de tiempo y de espacio; así como un libro didáctico de actividades con el mismo diseño y personajes que la aplicación para ser utilizado como libro de clase por los niños. El libro propone actividades en orden de dificultad creciente pensadas para niñas y niños de segundo y tercer año escolar (entre ocho y 10 años aproximadamente). Las actividades fueron diseñadas junto a un grupo de 10 maestras que participaron voluntariamente del proyecto de investigación lo cual es, en sí mismo, parte de ese proceso de acercamiento entre docentes e investigadores. El equipo de maestras se integró aproximadamente durante un año de trabajo, y tuvo un rol central en la retroalimentación para la definición de los juegos, el anclaje en la cotidianidad de los niños, y el diseño de los ejercicios con niveles de dificultad creciente para el libro de actividades.

La investigación se realizó con 386 niñas y niños de Montevideo y Canelones de segundo y tercero de escuela. En la misma hubo una intervención con los materiales desarrollados (grupo experimental) y se evaluó también a un grupo control que en el período de la intervención tuvo clases en formato tradicional. Los resultados mostraron avances de ambos grupos en las medidas de ANS y Cálculo Aritmético pre-post, pero no se observó un efecto mayor en la condición experimental. Igualmente los autores señalan una tendencia positiva de la intervención para alguno de los grupos divididos por nivel socioeconómico (Quintiles Muy bajo (1) y Medio (3)). Asimismo, se muestra un efecto de mejora para aquellos estudiantes que presentan en su trayectoria académica eventos de repetición (Quintil Medio(3))¹⁴, aunque en estos casos los tamaños de los grupos son relativamente pequeños como para afirmar una conclusión en este sentido.

Proyectos en curso: promoviendo los aprendizajes iniciales de la matemática

En el año 2018 el equipo de investigación comienza una línea de investigación ligada al estudio del involucramiento de los padres en los aprendizajes de los hijos a través de actividades de la vida cotidiana relacionadas con la matemática. Bajo la hipótesis de que estas actividades potencian el aprendizaje de la matemática (LeFevre et al., 2009) se buscó replicar la relación entre actividades numéricas y desempeño matemático reportada en la literatura a partir de un estudio correlacional ($N = 37$ niños) donde se verificó dicha asociación (De León, Sánchez, Koleszar, Cervieri, & Maiche, en prensa). Posteriormente se realizó un estudio experimental con 140 madres y padres en dos instituciones públicas de educación inicial, con una intervención basada en la realización de talleres sobre juegos y uso de números en actividades cotidianas del hogar. El análisis de los datos y la publicación con los resultados se encuentran aún en fase de desarrollo.

Con el objetivo de potenciar el uso de las tablets del Plan Ceibal desde la perspectiva experimental, otra parte del equipo viene trabajando en torno a las habilidades matemáticas de la primera infancia y desarrolló para esto el proyecto CETA (Ceibal Tangible) que permitió la creación de un dispositivo de interacción tangible para el aprendizaje de conceptos matemáticos (Marichal et al., 2017). Para probar la utilidad de este dispositivo se desarrolló el videojuego BRUNO dirigido a niños de primer año de educación primaria, y se evaluó su impacto a través de un diseño experimental de tres condiciones, dos experimentales (interacción tangible, interacción virtual) y un grupo control. Si bien la muestra es pequeña (24 niños y niñas) los resultados comparativos del desempeño matemático, evaluado mediante el instrumento TEMA-3, señala mejoras significativas para la condición experimental de interacción tangible (Pires et al., 2019).

De la cognición numérica a la enseñanza de la matemática

Los descubrimientos científicos antes descritos apuntan a comprender cómo los niños incorporan los conocimientos numéricos. Muchos de ellos provienen de la investigación reciente en neurociencia cognitiva planteada por autores como Stanislas Dehaene o Elizabeth Spelke y apuntan a la construcción de una nueva propuesta para el aprendizaje de la matemática en edad escolar. Dehaene (1997) explica cómo emergen, desde temprana edad, las funciones cognitivas que soportan la aparición de los conceptos matemáticos en los niños. Algunos años más tarde, Spelke (2011) plantea la existencia de un conjunto de núcleos de conocimiento innato que serían la base de los futuros aprendizajes.

Sin embargo la capacidad de entender y utilizar conceptos matemáticos para resolver problemas no se asienta en una única habilidad cognitiva y difícilmente se pueda concluir que es algo totalmente innato o algo únicamente aprendido. La matemática, como conocimiento complejo con componentes culturalmente adquiridos, se apoya en diferentes procesos de dominio general tales como el lenguaje, el procesamiento visuoespacial, la memoria y la atención que tienen una base ontogenética, modificable por el aprendizaje (Carey, 2009; Dehaene, 1997; Gelman & Gallistel, 1978). El estudio de la cognición numérica busca comprender las bases cognitivas y neurales de las

representaciones mentales de las cantidades y su relación con los conceptos matemáticos para refinar las estrategias didácticas y pedagógicas que los docentes utilizan a la hora de enseñar matemática.

La mayor parte de los trabajos reportados en este artículo se inscribe en esta línea. Es decir, son trabajos que apuntan a conocer los mecanismos básicos de la cognición numérica con vocación de impactar en la educación matemática y, específicamente, en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la matemática en edad escolar. En este sentido, se diseñan y evalúan diferentes programas de estimulación de las capacidades numéricas nucleares (Spelke & Kinzler, 2007) que nacen con la intención de ser transferidos luego a estrategias pedagógicas y actividades didácticas que faciliten, por ejemplo, la adquisición del concepto de número. Los avances siguen siendo incipientes en cuanto al impacto y la transferencia de estas investigaciones al aula y su amplificación, pero el mayor involucramiento de docentes en estas temáticas hace pensar en que estos campos se van acercando.

De la enseñanza de la matemática a la cognición numérica

En el campo de la cognición numérica aún se discute fuertemente sobre modelos, teorías y concepciones diferentes sobre cómo adquirimos los conocimientos matemáticos. De todas maneras, los avances que se han producido en los últimos años sobre las bases cognitivas del aprendizaje y, en particular, sobre las bases cognitivas del aprendizaje de la matemática permiten vislumbrar cambios en la enseñanza.

En los últimos 100 años hemos avanzado enormemente en nuestra comprensión de cómo los humanos aprendemos y procesamos información pero, como suele suceder en las primeras fases de la creación de un campo de conocimiento, aún nos encontramos debatiendo modelos y teorías del aprendizaje que, en muchos casos, resultan contrapuestas. Las ideas constructivistas, influyeron fuertemente en el sistema educativo uruguayo (CEIP, 2013) y, por consiguiente, en la mayoría de las curriculas de matemática. Sin embargo, el campo de la cognición numérica por ejemplo, a diferencia de lo que Piaget (1978), y otros autores señalaban, los bebés parecen responder intuitivamente a las propiedades numéricas de su mundo visual, aún antes de poder hacer uso del lenguaje, del razonamiento abstracto o de la posibilidad de manipular el entorno (Butterworth, 2005).

Un fuerte colectivo de científicos cognitivos y educadores matemáticos argumentan que venimos al mundo con una serie de programas destinados a facilitarnos la interacción con elementos claves del mundo como pueden ser los rostros, las intenciones o las cantidades (Dehaene, 2019). A partir de evidencias empíricas sobre estos conocimientos básicos (core knowledge, Spelke & Kinzler, 2007) argumentan a favor de una enseñanza que se apoye en algunas intuiciones relacionadas a las cantidades (compartidas con otras especies), que podrían ser la base de la adquisición de la matemática (Dehaene, 1997). Este es un buen ejemplo sobre cómo los descubrimientos recientes en ciencia cognitiva pueden impactar en el diseño de los programas curriculares de matemática. En este sentido, no es lo mismo diseñar un plan de estudios para educación inicial que parta de la idea de que los niños llegan a la escuela sin nociones relativas al sentido numérico que diseñarlo a partir de asumir que existen conocimientos universales relativos al sentido numérico desde el nacimiento (Lipton & Spelke, 2003).

De todas maneras, también es entendible que la incorporación en los programas curriculares de matemática de descubrimientos aún recientes de la investigación se produzca a diferentes ritmos. Los procesos de influencia mutua entre la investigación y las formas de enseñanza escolar son muy dependientes de los actores locales y, por esa misma razón, el objetivo no debe estar sólo centrado en la influencia de unos sobre otros sino más bien en el acercamiento continuo y la conformación de grupos de trabajo mixtos donde los responsables de la enseñanza en las aulas sean parte inherente de los procesos de investigación que se desarrollan en las universidades y centros de investigación. A nuestro juicio, es esta la estrategia más robusta que puede permitir la incorporación relativamente rápida de los descubrimientos científicos a los programas de enseñanza y al diseño de política pública en educación (Simms, McKeaveney, Sloan, & Gilmore, 2019).

En el caso particular de Uruguay creemos que, si bien es cierto que el desarrollo del campo de investigación en cognición numérica lleva ya unos años de producción y marcada vocación de influencia en las prácticas de enseñanza, la apropiación de los conocimientos sobre cognición numérica por parte de los actores educativos es aún muy incipiente. Se puede ver con claridad en el análisis de los resultados de investigación presentados en este artículo que el desarrollo de las diferentes líneas de trabajo han tenido, por el momento, limitada influencia en el diseño de política pública o en la construcción de currículum. Si bien no disponemos de un estudio específico que muestre las causas de esa limitada influencia, podemos suponer que ésta se relaciona con el hecho de que los cambios en las prácticas de enseñanza, como todo proceso humano, requiere de un proceso de apropiación por parte de los actores de dichas prácticas que no puede realizarse desde los escritorios donde se diseñan las políticas. Los cambios en la enseñanza deben hacerse a partir de los cambios conceptuales que se produzcan en los actores de dichas prácticas y no pueden decretarse desde el diseño de política. En este sentido, si bien creemos que aún es pronto para vislumbrar cambios en los currículums, existen otros elementos, como el creciente interés e involucramiento de maestros y directores en la formación de postgrado en ciencias cognitivas, que permiten pensar que se ha comenzado a transitar un camino que posibilitará mejores resultados.

Notas

1. Programme for International Student Assessment llevado adelante por la OCDE.
2. Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo de UNESCO.
3. Sistema de Evaluación Nacional de Logros Educativos llevados adelante por el INEED <https://www.ineed.edu.uy/nuestro-trabajo/aristas.html>.
4. www.cognicionnumerica.psico.edu.uy.
5. <https://www.csic.edu.uy/>.
6. Los hechos numéricos refieren a la internalización y recuperación de operaciones entre números sin necesidad de realizar el cálculo (e.g., $6 + 4 = 10$) (Temple & Sherwood, 2002).
7. <http://www.cognicionnumerica.psico.edu.uy/>.
8. Programa uruguayo de la iniciativa *One Laptop Per Child*.
9. <https://fundacionceibal.edu.uy/acerca-de/>.
10. <https://www.cicea.ei.udelar.edu.uy/actividades3/>.
11. Centro Interdisciplinario en Cognición para la Enseñanza y el Aprendizaje.
12. <http://www.cognicionnumerica.psico.edu.uy/proyectos/2013/intervencion/>.
13. Disponibles en <http://www.cognicionnumerica.psico.edu.uy/#recursos>.
14. En Uruguay la tasa de repitencia en los primeros años de la escuela es muy alta: en torno al 12% de los niños en el período 2013–18.

Disclosure statement / *Conflicto de intereses*

No potential conflict of interest was reported by the authors. / *Los autores no han referido ningún potencial conflicto de interés en relación con este artículo.*

ORCID

Victor Koleszar  <http://orcid.org/0000-0001-6666-6786>

Nadir Díaz-Simón  <http://orcid.org/0000-0003-4660-438X>

References / *Referencias*

- ANEP. (2018). *Monitor Educativo Liceal*. Dirección de Planeamiento y Evaluación Educativa. CES. Retrieved from https://www.ces.edu.uy/files/2019/Liceos/Presentacin_Monitor_Educativo_Liceal_2018_A4_.pdf
- Balbi, A., & Dansilio, S. (2010). Dificultades de aprendizaje del cálculo: Contribuciones al diagnóstico psicopedagógico. *Ciencias Psicológicas*, 4, 7–15.
- Balbi, A., Ruiz, C., & García, P. (2017). ¿Hay diferencias en la habilidad del docente para identificar dificultades en cálculo y en lectura? *Revista Neuropsicología Latinoamericana*, 9(1), 47–55.
- Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 46, 3–18.
- Carey, S. (2009). Where our number concepts come from. *The Journal of Philosophy*, 106, 220.
- CEIP. (2013). *Programa de Educación Inicial y Primaria 2008*. Retrieved from http://www.ceip.edu.uy/documentos/normativa/programaescolar/ProgramaEscolar_14-6.pdf
- Cuadro, A., Barg, G., Navarrete, I., & Suero, M. (2008). Evaluación de las competencias cognitivas y sociales de niños que han estado en situación de calle. *Ciencias Psicológicas*, 2, 143–152.
- Dalmás, J. F., & Dansilio, S. (2000). Visuographemic alexia: A new form of a peripheral acquired dyslexia. *Brain and Language*, 75, 1–16.
- Dansilio, S. (2001). *Trastornos de las Facultades Matemáticas: Las acalculias y las discalculias*. Montevideo, Uruguay: Publicación del Departamento de Historia y Filosofía de la Ciencia. Instituto de Filosofía.
- Dansilio, S. (2008a). *Los trastornos del cálculo y el procesamiento numérico*. Montevideo: Prensa Médica Latinoamericana.
- Dansilio, S. (2008b). Síndrome de Gerstmann del Desarrollo y trastornos en la adquisición de las matemáticas. *Ciencias Psicológicas*, II, 55–64.
- De León, Sánchez, Koleszar, Cervieri, & Maiche. (in press). Actividades numéricas en el hogar y desempeño matemático: Posibles influencias del sistema numérico aproximado y el nivel socioeconómico. *Revista Argentina Ciencias del Comportamiento*.
- Dehaene, S. (1997). *The number sense*. Oxford: Oxford University Press.
- Dehaene, S. (2019). *¿Cómo aprendemos?: Los cuatro pilares con los que la educación puede potenciar los talentos de nuestro cerebro*. Buenos Aires: Siglo XXI Editores.
- Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., ... Sexton, H. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology*, 43(6), 1428–1446.
- Gelman, R., & Gallistel, C. (1978). *Young children's understanding of numbers. A window on early cognitive development*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- González, M., Kittredge, A., Sánchez, I., Fleischer, B., Spelke, E., & Maiche, A. (2016). CARD GAMES: A way to improve math skills through stimulating ANS. *Neuro Educação*, 8, 34–36.

- INEED. (2017). *Informe sobre el estado de la educación en Uruguay 2015-2016*. Retrieved from <https://www.ineed.edu.uy/images/pdf/Informe-sobre-el-estado-de-la-educacion-en-Uruguay-2015-2016.pdf>
- INEED. (2018). *Aristas 2017. Informe de resultados de tercero y sexto de educación primaria*. Montevideo: Author.
- INEED. (2019). *Informe sobre el estado de la educación en Uruguay 2017-2018*. Montevideo: Author.
- Langfus, J., Maiche, A., De Leon, D., Fitipalde, D., Mailhos, A., & Halberda, J. (2019). The effects of SES, grade-repeating, and IQ in a game-based approximate math intervention. In D. C. Geary, D. B. Berch, & K. M. Koepke (Eds.), *Mathematical cognition and learning: Vol. 5. Cognitive foundations for improving mathematical learning*. Amsterdam: Elsevier Academic Press.
- LeFevre, J. A., Skwarchuk, S. L., Smith-Chant, B. L., Fast, L., Kamawar, D., & Bisanz, J. (2009). Home numeracy experiences and children's math performance in the early school years. *Canadian Journal of Behavioural Science/Revue Canadienne des Sciences du Comportement*, *41*, 55–66.
- Lipton, J. S., & Spelke, E. S. (2003). Origins of number sense: Large-number discrimination in human infants. *Psychological Science*, *14*, 396–401.
- Marichal, S., Rosales, A., Perilli, F. G., Pires, A. C., Bakala, E., Sansone, G., & Blat, J. (2017). *CETA. Proceedings of the 19th international conference on human-computer interaction with mobile devices and services - MobileHCI '17*. doi:10.1145/3098279.3098536
- Odic, D., Valle-Lisboa, J. V., Eisinger, R., Olivera, M. G., Maiche, A., & Halberda, J. (2016). Approximate number and approximate time discrimination each correlate with school math abilities in young children. *Acta Psychologica*, *163*, 17–26.
- Piaget, J. (1987). *Génesis del número en el niño*. Buenos Aires: Guadalupe [V.O.: The child's conception of number. New York, NY: Norton, 1987].
- Pires, A. C., González Perilli, F., Bakala, E., Fleischer, B., Sansone, G., & Marichal, S. (2019). Building blocks of mathematical learning: Virtual and tangible manipulatives lead to different strategies in number composition. *Frontiers in Education*, *4*, 81.
- Rodríguez, C., Cuadro, A., & Ruiz, C. (2019). Mathematics learning and its difficulties: The cases of Chile and Uruguay. In *International handbook of mathematical learning difficulties* (pp. 213–230). Cham: Springer.
- Ruiz, C., & Balbi, A. (2019). The effects of teaching mental calculation in the development of mathematical abilities. *The Journal of Educational Research*, *112*, 315–326.
- Simms, V., McKeaveney, C., Sloan, S., & Gilmore, C. (2019). *Interventions to improve mathematical achievement in primary school-aged children*. London: Nuffield Foundation.
- Singer, V., & Cuadro, A. (2014a). Propiedades psicométricas de una prueba experimental para la evaluación de la eficacia del cálculo aritmético básico [Psychometric properties of an experimental test for the assessment of basic arithmetic calculation efficiency]. *Estudios de Psicología*, *35*, 183–192.
- Singer, V., Cuadro, A., Costa, D., & von Hagen, A. (2014). *Manual Técnico del Test de Eficacia del Cálculo Aritmético*. Montevideo: Magro Editores.
- Singer, V., Ruiz, C., & Cuadro, A. (2018). Las habilidades lingüísticas y el sistema numérico aproximado en la eficacia del cálculo aritmético. Bordón. *Revista de Pedagogía*, *70*, 185–197.
- Spelke, E. S. (2011). Core systems and the growth of human knowledge: Natural geometry. In A. M. Battro, S. Dehaene, & W. J. Singer (Eds.), *The proceedings of the working group on human neuroplasticity and education: Human neuroplasticity and education* (Vol. 117, pp. 73–99). Vatican City: The Pontifical Academy of Sciences.
- Spelke, E. S., & Kinzler, K. D. (2007). Core knowledge. *Developmental Science*, *10*, 89–96.
- Temple, C. M., & Sherwood, S. (2002). Representation and retrieval of arithmetical facts: Developmental difficulties. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology: Section A*, *55*, 733–752.
- Valle Lisboa, J., Cabana, A., Eisinger, R., Mailhos, A., Luzardo, M., Halberda, J., & Maiche, A. (2017a). Cognitive abilities that mediate the effect of SES on elementary symbolic mathematics

- learning in the Uruguayan tablet based intervention. *Prospects. Comparative Journal of Curriculum, Learning, and Assessment*, 47, 1–15.
- Valle Lisboa, J., Mailhos, A., Eisinger, R., Halberda, J., González, M., Luzardo, M., & Maiche, A. (2017b). Estimulación cognitiva a escala poblacional utilizando tabletas. Del sistema numérico aproximado (ANS) a la matemática simbólica. In *Pensar las TIC desde la ciencia cognitiva y la neurociencia* (pp. 147–172). Barcelona: Gedisa.
- von Hagen, A., Cuadro, A., & Giloca, V. (2017). La construcción de hechos numéricos básicos: Incidencia del sexo, curso y nivel socioeconómico del alumno. *Ciencias Psicológicas*, 11, 67–76.
- Walsh, V. (2003). A theory of magnitude: Common cortical metrics of time, space and quantity. *Trends in Cognitive Sciences*, 7, 483–488.
- Wechsler, D. (1997). *Wisc-III. Test de inteligencia para niños*. Buenos Aires: Paidós.